

Банк заданий по геометрии 7 класс для олимпиады «Успех»

1. Закончите фразу

- Г.7.1.1. Два угла называются *смежными*, если...
- Г.7.1.2. Треугольник называют *равнобедренным*, если...
- Г.7.1.3. *Медианой* треугольника называют...
- Г.7.1.4. *Биссектрисой* треугольника называют...
- Г.7.1.5. *Высота* треугольника – это...
- Г.7.1.6. Через точку, не лежащую на прямой, можно провести...
- Г.7.1.7. Если в треугольнике два угла равны, то...
- Г.7.1.8. Две прямые, перпендикулярные к третьей прямой,...
- Г.7.1.9. Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника...
- Г.7.1.10. Сумма смежных углов равна...

2. Из указанных утверждений выберите верные

Г.7.2.1. *Какие из следующих утверждений верны?*

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.
- 3) Если сторона и два угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Г.7.2.2. *Какие из следующих утверждений верны?*

- 1) Вертикальные углы равны.
- 2) Равнобедренный треугольник бывает только остроугольным
- 3) Высота треугольника всегда длиннее медианы, проведённой из той же вершины треугольника.

Г.7.2.3. *Какие из следующих утверждений верны?*

- 1) Через точку на плоскости можно провести только одну прямую.
- 2) Смежные углы всегда равны.
- 3) Каждая из биссектрис равностороннего треугольника является его высотой.

Г.7.2.4. *Какие из следующих утверждений верны?*

- 1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Две прямые, перпендикулярные к третьей прямой, параллельны.
- 3) Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.

Г.7.2.5. *Какие из следующих утверждений верны?*

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 2) Если в треугольнике все углы равны, то этот треугольник равносторонний.
- 3) Хорда – это отрезок, соединяющий радиус окружности с диаметром.

Г.7.2.6. *Какие из следующих утверждений верны?*

- 1) Равносторонний треугольник является равнобедренным.
- 2) Равнобедренный треугольник обязательно является остроугольным.
- 3) Один из углов равностороннего треугольника может быть тупым.

Г.7.2.7. *Какие из следующих утверждений верны?*

- 1) Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Все диаметры окружности равны между собой.
- 3) Две прямые пересекаются по крайней мере в одной точке.

Г.7.2.8. *Какие из следующих утверждений верны?*

- 1) Если две стороны одного треугольника равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Вертикальные углы равны.
- 3) Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой.

Г.7.2.9. *Какие из следующих утверждений верны?*

- 1) Если угол острый, то смежный с ним угол также является острым.
- 2) Если два угла треугольника равны, то равны и противолежащие им стороны.
- 3) Внутренние накрест лежащие углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей, равны.

Г.7.2.10. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противоположной основанию, делит основание на две равные части.
- 2) В плоскости все точки, равноудалённые от заданной точки, лежат на одной окружности.
- 3) Любые две прямые имеют ровно одну общую точку.

3. Задачи на доказательство

Г.7.3.1. Отрезки АВ и CD пересекаются в точке Е и делятся этой точкой пополам. Докажите, что $\triangle ACE = \triangle BDE$.

Г.7.3.2. В равнобедренном треугольнике ABC отмечены середины сторон АВ, ВС и АС соответственно точками Р, L и N. Докажите, что $\triangle PLN$ равнобедренный.

Г.7.3.3. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием АС на медиане ВD отмечена точка К. Докажите, что $\triangle AKC$ – равнобедренный.

Г.7.3.4. Из вершины А равнобедренного тупоугольного треугольника ABC ($AB=BC$) проведен луч AD так, что луч АС является биссектрисой угла BAD. Докажите, что луч AD параллелен отрезку ВС.

Г.7.3.5. В треугольнике ABC АВ равно ВС. На медиане ВЕ отмечена точка М, а на сторонах АВ и ВС – точки Р и К соответственно. (Точки Р, М и К не лежат на одной прямой). Известно, что $\angle BMP = \angle BCK$. Докажите, что углы ВРМ и ВКМ равны

Г.7.3.6. Внутри треугольника ABC взята точка О, причём $\angle BOC = \angle BOA$, $AO = OC$. Докажите, что углы ВАС и ВСА равны.

Г.7.3.7. Докажите, что если медиана треугольника одновременно является его высотой, то этот треугольник – равнобедренный.

Г.7.3.8. Отрезки АС и ВD точкой пересечения делятся пополам. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle CDA$.

Г.7.3.9. Медиана AD треугольника ABC продолжена за сторону ВС на отрезок DE, равный AD, и точка Е соединена с точкой С. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle ECD$.

Г.7.3.10. Докажите, что в равных треугольниках медианы, проведенные к равным сторонам, также равны между собой.

4. Задачи на вычисления

Г.7.4.1. Найдите длину биссектрисы AD равнобедренного треугольника ABC, если периметр треугольника ABC равен 50 см, а периметр треугольника ABD равен 30 см.

Г.7.4.2. Отрезок AD – высота равнобедренного треугольника ABC. Найдите ее длину, если периметр треугольника ABC равен 40 см, а периметр треугольника ABD равен 30 см.

Г.7.4.3. Отрезок DB – медиана треугольника ABC. Треугольник CDB – равносторонний, $\angle BCD=60^\circ$, $\angle BAC=30^\circ$. Определите углы треугольника BDA.

Г.7.4.4. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 7см, а периметр равен 17см. Найти основание треугольника.

Г.7.4.5. Два смежных угла относятся как 7:13. Найдите эти углы.

Г.7.4.6. Угол между биссектрисой $\angle KOP$ и продолжением одной из его сторон равен 150° . Чему равен $\angle KOP$?

Г.7.4.7. Найдите смежные углы, если одна треть градусной меры одного из углов равна одной девятой градусной меры другого угла.

Г.7.4.8. Разность двух односторонних углов при пересечении двух параллельных прямых секущей равна 50° . Найдите эти углы.

Г.7.4.8. Один из внешних углов равнобедренного треугольника равен 110° . Найдите углы треугольника.

Г.7.4.9. Найдите углы треугольника, если первый угол на 40° больше второго и на 10° меньше третьего.

Г.7.4.10. Периметр треугольника равен 48см, а одна из его сторон равна 18см. Найдите две другие стороны, если их разность равна 4,6см.