

Банк заданий по геометрии 9 класс для олимпиады «Успех»

1. Укажите номера верных утверждений.

Г.9.1.1. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.

Г.9.1.2. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники подобны.
- 2) Диагонали ромба равны.
- 3) Тангенс любого острого угла меньше единицы.

Г.9.1.3. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна сумме катетов.
- 2) Если диагонали параллелограмма равны, то это ромб.
- 3) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.

Г.9.1.4. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

Г.9.1.5. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Вертикальные углы равны.
- 2) Две окружности называются концентрическими, если их центры совпадают.
- 3) Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.

Г.9.1.6. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.
- 2) Смежные углы равны.
- 3) Каждая из биссектрис равностороннего треугольника является его высотой.

Г.9.1.7. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.
- 2) В параллелограмме есть два равных угла.
- 3) У любой трапеции боковые стороны равны.

Г.9.1.8. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) У любой трапеции основания параллельны.
- 2) Диагонали прямоугольника равны и в точке пересечения делятся пополам.
- 3) Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.

Г.9.1.9. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Сумма углов любого треугольника равна 160° .
- 2) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в центре его описанной окружности.
- 3) Треугольника со сторонами 2, 3, 4 не существует.

Г.9.1.10. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.
- 2) Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними.
- 3) Угол, опирающийся на диаметр окружности, прямой.

Г.9.1.11. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.
- 2) Если точка лежит на биссектрисе неразвернутого угла, то она равноудалена от сторон этого угла.
- 3) Если диагонали параллелограмма равны, то это квадрат.

Г.9.1.12. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Один из углов треугольника всегда не превышает 60° .
- 2) Угол, вписанный в окружность, равен соответствующему центральному углу, опирающемуся на ту же дугу.
- 3) Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.

Г.9.1.13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Средняя линия трапеции параллельна её основаниям.
- 3) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника равна сумме длин его катетов.

Г.9.1.14. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 2) Все углы прямоугольника равны.
- 3) Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.

Г.9.1.15. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то такой параллелограмм является квадратом.
- 2) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
- 3) Сумма углов любого выпуклого четырехугольника равна 360° .

Г.9.1.16. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 2) Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.
- 3) Сумма смежных углов равна 180° .

Г.9.1.17. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.
- 2) Через заданную точку плоскости можно провести единственную прямую.
- 3) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.

Г.9.1.18. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- 2) Все диаметры окружности равны между собой.
- 3) Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей.

Г.9.1.19. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.
- 2) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180° .
- 3) Диагонали ромба перпендикулярны.

Г.9.1.20. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Диагонали ромба являются биссектрисами его углов.
- 3) Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то это квадрат.

2. ЗАДАЧИ на вычисления

Г.9.2.1. Площадь прямоугольного земельного участка равна 11 га, ширина участка равна 250 м. Найдите длину этого участка в метрах.

Г.9.2.2. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 40° . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Г.9.2.3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ $AB = BC$, $AD = CD$, $\angle B = 118^\circ$, $\angle D = 172^\circ$. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.

Г.9.2.4. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 60, а один из острых углов равен 45° . Найдите площадь треугольника.

Г.9.2.5. Площадь равнобедренного треугольника равна $9\sqrt{3}$. Угол, лежащий напротив основания, равен 120° . Найдите длину боковой стороны треугольника.

Г.9.2.6. Периметр ромба равен 76, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.

Г.9.2.7. Диагонали ромба равны 8 см и 9 см. Найдите сторону равновеликого квадрата.

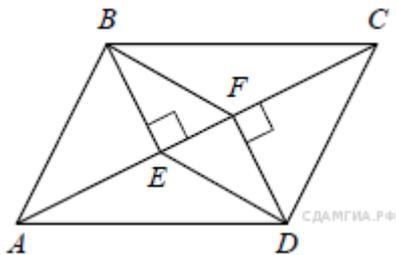
Г.9.2.8. Из точки, данной на окружности, проведены диаметр и хорда, равная радиусу. Найти угол между ними.

Г.9.2.9. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 25° . Под каким углом виден каждый его катет из центра описанной окружности.

Г.9.2.10. Два угла треугольника равны 100° и 50° . Под каким углом видна каждая сторона треугольника из центра вписанной окружности?

3. Задачи на доказательство

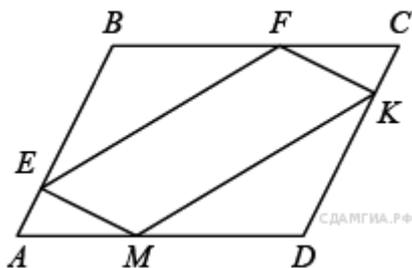
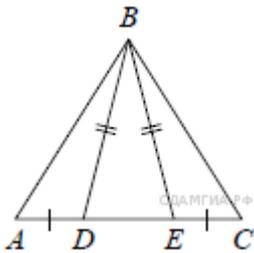
Г.9.3.1. В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.



Г.9.3.2. В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что $BFDE$ — параллелограмм.

Г.9.3.3. В равностороннем треугольнике ABC точки M, N, K — середины сторон AB, BC, CA соответственно. Докажите, что треугольник MNK — равносторонний.

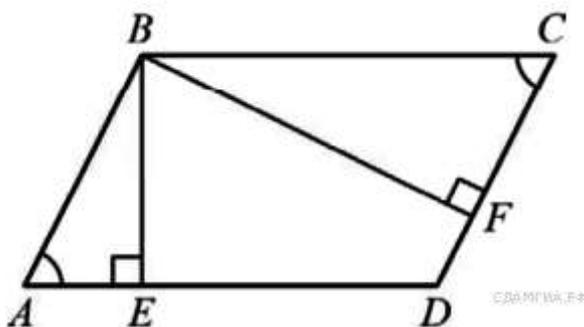
Г.9.3.4. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки BD и BE тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



Г.9.3.5. В параллелограмме $ABCD$ точки E, F, K и M лежат на его сторонах, как показано на рисунке, причём $AE = CK, BF = DM$. Докажите, что $EFKM$ — параллелограмм.

Г.9.3.6. В параллелограмме $KLMN$ точка E — середина стороны LM . Известно, что $EK = EN$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Г.9.3.7. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF . Докажите, что $\triangle ABE$ подобен $\triangle CBF$.



Г.9.3.8. В параллелограмме проведены биссектрисы противоположных углов. Докажите, что отрезки биссектрис, заключенные внутри параллелограмма, равны.

Г.9.3.9. В треугольнике ABC угол B равен 36° , $AB = BC$, AD — биссектриса. Докажите, что треугольник ABD — равнобедренный.

Г.9.3.10. В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника BOC .

4. Закончите фразу

Г.9.4.1. Отрезок, соединяющий середины боковых сторон треугольника, называется...

Г.9.4.2. Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, ...

Г.9.4.3. Центр окружности, описанной вокруг любого треугольника, лежит на пересечении...

Г.9.4.5. Центр окружности, вписанной в любой треугольник, лежит на пересечении ...

Г.9.4.6. Хорда – отрезок, соединяющий...

Г.9.4.7. Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является...

Г.9.4.8. Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то этот параллелограмм является...

Г.9.4.9. Трапецией называется выпуклый четырёхугольник, у которого...

Г.9.4.10. Если два угла одного треугольника соответственно равны...

Г.9.4.11. В любом треугольнике, квадрат стороны равен...

Г.9.4.12. Стороны треугольника пропорциональны...

Г.9.4.13. Три медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении...

Г.9.4.14. Биссектриса делит противолежащую сторону треугольника на отрезки, пропорциональные...